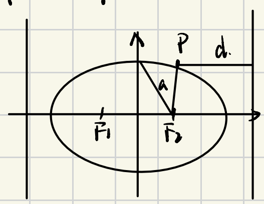
# 一、焦半径与焦点弦长




准线 $x=-\frac{a^2}{c}$　　$x=\frac{a^2}{c}$

$e=\frac{c}{a}$

$\frac{a^2}{c}\times e=a$

$$\frac{PF_2}{d}=e=\begin{cases}0<e<1 & 椭圆\\ e=1 & 抛物线\\ e>1 & 双曲线\end{cases}$$

$$\downarrow$$

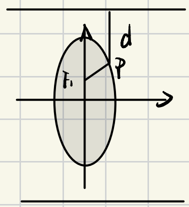
$$\frac{PF_2}{\frac{a^2}{c}-x_0}=e\Rightarrow\boxed{\begin{cases}PF_2=a-ex_0\\ PF_1=a+ex_0\end{cases}}\quad \boxed{左加右减}$$

$\Rightarrow$ 焦半径范围　$x_0\in[-a,a]$　$PF_1=a+ex_0\uparrow\ \in[a-c,a+c]$

焦半径公式 $PF_2=\sqrt{(x_0-c)^2+y_0^2}=\sqrt{x_0^2+c^2-2cx_0+b^2-\frac{b^2}{a^2}x_0^2}$

$=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}x_0^2-2cx_0+a^2}=\sqrt{\left(\frac{c}{a}x_0-a\right)^2}$

$=|ex_0-a|=a-ex_0$

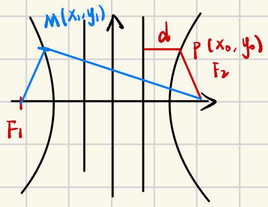



$y=\frac{a^2}{c}$

$\frac{PF_1}{d}=e.$

$\frac{PF_1}{\frac{a^2}{c}-y_0}=e$

$\therefore\boxed{\begin{matrix}PF_1=a-ey_0\\ PF_2=a+ey_0\end{matrix}}$　$\boxed{上减下加}$




$\frac{PF_2}{d}=e.$

$$\frac{PF_2}{x_0-\frac{a^2}{c}}=e\Rightarrow\begin{cases}PF_2=-(a-ex_0)\\ PF_1=a+ex_0\end{cases}\quad\boxed{左加右减}\quad\boxed{长正短负}$$

$$\begin{cases}MF_1=-(a+ex_1)\\ MF_2=a-ex_1\end{cases}$$

$\Rightarrow$ 焦半径范围

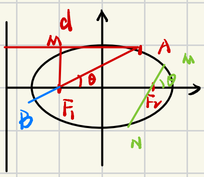
$PF_2=ex_0-a$，$x_0\in[a,+\infty)$

$\in[c-a,+\infty)$

$PF_1=a+ex_0$

$\in[a+c,+\infty)$

## 焦半径倾斜角式




$\frac{AF_1}{d}=e\Rightarrow d=\frac{AF_1}{e}\Rightarrow AM=\frac{AF_1}{e}-\left(\frac{a^2}{c}-c\right)=\frac{AF_1}{e}-\frac{b^2}{c}$

$\cos\theta=\frac{AM}{AF_1}=\frac{\frac{AF_1}{e}-\frac{b^2}{c}}{AF_1}\Rightarrow AF_1\cos\theta=\frac{1}{e}AF_1-\frac{b^2}{c}$

$\therefore\left(\frac{1}{e}-\cos\theta\right)AF_1=\frac{b^2}{c}$

$\therefore\boxed{AF_1=\frac{\frac{b^2}{a}}{1-e\cos\theta}}$

大题不能直接用

$AF_1=\frac{\frac{b^2}{a}}{1-e\cos\theta}$　　$BF_1=\frac{\frac{b^2}{a}}{1+e\cos\theta}$

左焦点：上减下加.

右焦点：上加下减

$$\boxed{|AB|=\frac{\frac{2b^2}{a}}{1-e^2\cos^2\theta}}$$

倾斜角变化时，$AF_1$、$BF_1$倒数和

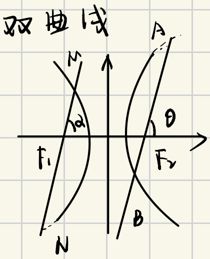
$\frac{1}{AF_1}+\frac{1}{BF_1}=\frac{2}{\frac{b^2}{a}}$　为定值.

右焦点：

$MF_2=\frac{\frac{b^2}{a}}{1+e\cos\theta}$　　$NF_2=\frac{\frac{b^2}{a}}{1-e\cos\theta}$

$\frac{1}{MF_2}+\frac{1}{NF_2}=\frac{2}{\frac{b^2}{a}}$

双曲线




$AF_2=\frac{\frac{b^2}{a}}{1-e\cos\theta}$　　$BF_2=\frac{\frac{b^2}{a}}{1+e\cos\theta}$

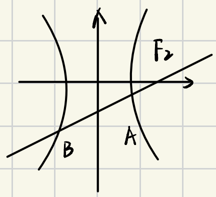
$AB=\frac{\frac{2b^2}{a}}{1-e^2\cos^2\theta}.$

$\frac{1}{AF_2}+\frac{1}{BF_2}=\frac{2}{\frac{b^2}{a}}$

$MF_1=\frac{\frac{b^2}{a}}{1+e\cos\theta}$　　$NF_1=\frac{\frac{b^2}{a}}{1-e\cos\theta}.$

左焦点：上加下减

右焦点：上减下加.

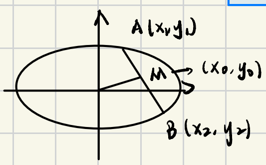



$AF_2=\frac{\frac{b^2}{a}}{1+e\cos\theta}$

$BF_2=\frac{\frac{b^2}{a}}{|e\cos\theta-1|}$

# 中点弦问题

点差法　适用弦上中点



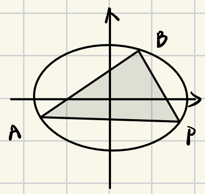

$$\begin{cases} \dfrac{x_1^2}{a^2}+\dfrac{y_1^2}{b^2}=1. \\ \dfrac{x_2^2}{a^2}+\dfrac{y_2^2}{b^2}=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{a^2}+\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{b^2}=0.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\cdot\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}\cdot\underbrace{\boxed{\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}}}_{k_{AB}}=0.$$

$$\frac{2y_0}{2x_0}\cdot k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}$$

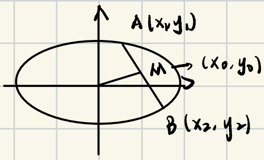
$$\Rightarrow \boxed{k_{OM}\cdot k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}}$$




$$\boxed{k_{AP}\cdot k_{BP}=-\frac{b^2}{a^2}}$$

双曲线：$\boxed{k_{OM}\cdot k_{AB}=\dfrac{b^2}{a^2}}$

交渐近线，点差法也成立.




$$k_{OM}\cdot k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}$$

$$k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_0}{y_0}$$

中点弦：$y-y_0=-\dfrac{b^2}{a^2}\cdot\dfrac{x_0}{y_0}(x-x_0)$

$$\therefore \frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}$$

# 定比分点公式

$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$

$P(x,y)$

$A(x_1,y_1)$

$B(x_2,y_2)$

$$(x-x_1,\ y-y_1)=\lambda(x_2-x,\ y_2-y)$$

$$\Downarrow$$

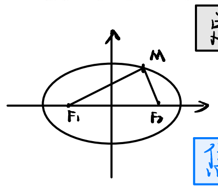
$$x-x_1=\lambda x_2-\lambda x.$$

$$\boxed{\begin{cases} x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} \\ y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda} \end{cases}}$$

# 第5讲：椭圆与双曲线题型拓展(1)

## 题型一：焦半径及焦点弦长问题

1. (2021新高考Ⅰ)设 $F_1,F_2$ 是椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 的两个焦点，$M$ 是椭圆上任意一点，则 $|MF_1|\cdot|MF_2|$ 的最大值和最小值是 ＿[4,9]＿



定义

$MF_1+MF_2=2a=6\geq 2\sqrt{MF_1\cdot MF_2}$

$MF_1\cdot MF_2\leq 9$.

「和定差小积大」

焦半径

$(a-ex_0)(a+ex_0)=a^2-e^2x_0^2$，$x_0\in[-a,a]$.

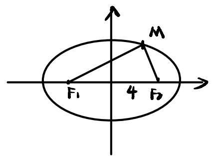
$x_0=0$时，最大值$=a^2=9$.

$\in[a^2-\frac{c^2}{a^2}\cdot a^2,\ a^2]=[b^2,a^2]$

2. (2019全国Ⅲ)设 $F_1,F_2$ 为椭圆 $C:\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ 的两个焦点，$M$ 为 $C$ 上一点且在第一象限．若 $\Delta MF_1F_2$ 为等腰三角形，则 $M$ 的坐标为 ＿$(3,\sqrt{15})$＿.

$a=6$. $b=2\sqrt{5}$

$c=4$.



$ex_0=8-6=2$.

3. 设 $P$ 是双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$ 上一点，$F_1,F_2$ 分别是双曲线左、右两个焦点，若 $|PF_1|=9$ 则 $|PF_2|=$ ＿17＿.

$PF_1-PF_2=2a=8$. ∴$PF_2=1$. X

$PF_2-PF_1=2a=8$. ∴$PF_2=17$

范围 if P在右支，$PF_2\in[c-a,+\infty)$

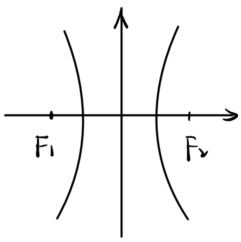
if P在左支，$PF_2\in[c+a,+\infty)$

4. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{16}=1(a>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{4}{3}x$，$F_1$、$F_2$ 分别为该双曲线的左、右焦点，$M$ 为双曲线上的一点，则 $|MF_2|+\frac{16}{|MF_1|}$ 的最小值为（B）

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 12

渐近线 $\frac{b}{a}x$

$\frac{4}{a}x=\frac{4}{3}x\Rightarrow a=3$.



在右支时可取最小值.

$MF_1-MF_2=2a=6$.

$MF_2+\frac{16}{MF_1}=MF_1+\frac{16}{MF_1}-6\geq 8+2-6=4$.

(替换$MF_2$)

⚠ 优先用对勾函数

$MF_1\in[c+a,+\infty)=[8,+\infty)$.

5. 点 $A(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{32}=1$ 的右支上，若点 $A$ 到右焦点的距离等于 $2x_0$，则 $x_0=$ ______.

6. 已知椭圆 $C$: $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 的两焦点为 $F_1$, $F_2$，点 $P(x_0, y_0)$ 满足 $0<\frac{x_0^2}{2}+y_0^2<1$，则 $|PF_1|+|PF_2|$ 的取值范围为 $[2, 2\sqrt{2})$，直线 $\frac{x_0x}{2}+y_0y=1$ 与椭圆 $C$ 的公共点个数 $0$.

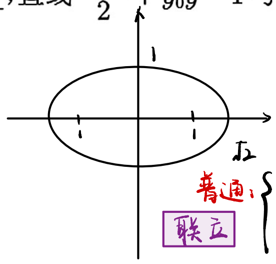
椭圆内

极点极线

$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$ 在椭圆上.

$<1$ 在椭圆内.

$>1$ 在椭圆外.



$2a=2\sqrt{2}$

$PF_1+PF_2\in[2c, 2a)$.

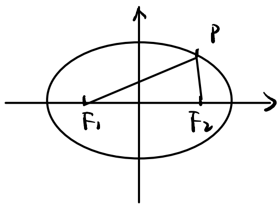
普通：联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{2}+y^2=1\\ \frac{x_0}{2}x+y_0y-1=0.\end{cases}$ $\Delta<0$. ∴ 相离.

$P(x_0, y_0)$ 在椭圆上：$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$ 切线

$P(x_0,y_0)$ 在椭圆外 ——=1 切点弦

$P(x_0,y_0)$ 在椭圆内：——=1 与椭圆相离

7. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$，若椭圆上存在一点 $P$ 使 $\frac{a}{\sin\angle PF_1F_2}=\frac{c}{\sin\angle PF_2F_1}$，则该椭圆的离心率的取值范围为 $(\sqrt{2}-1, 1)$.



正弦定理

$\frac{\sin F_2}{\sin F_1}=\frac{c}{a}=\frac{PF_1}{PF_2}=e$

$\begin{cases}PF_1+PF_2=2a\\ PF_1=e\,PF_2\end{cases}\Rightarrow PF_2=\frac{2a}{1+e}\in(a-c, a+c)$

$a-c<\frac{2a}{1+e}<a+c$

同除 $a$：$1-e<\frac{2}{1+e}<1+e$.

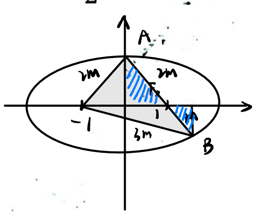
齐次式

$\begin{cases}1-e^2<2 \text{ 恒成立}\\ (1+e)^2>2\end{cases}$

$\Rightarrow e\in(\sqrt{2}-1, 1)$

8. (2019·新课标Ⅰ) 已知椭圆 $C$ 的焦点为 $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$，过点 $F_2$ 的直线与椭圆 $C$ 交于 $A$, $B$ 两点．若 $|AF_2|=2|F_2B|$, $|AB|=|BF_1|$，则 $C$ 的方程为 ( )

A. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　D. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$



$a=2m$.

$m=\frac{a}{2}$.

$AF_2=a$.

法一 $\frac{1}{AF_2}+\frac{1}{BF_2}=$ 定值 $=\frac{2}{\frac{b^2}{a}}$

$\frac{1}{a}+\frac{2}{a}=\frac{2a}{b^2}$

$2a^2=3b^2$，$a^2-b^2=1$.

$a^2=3$，$b^2=2$

相似

$B(\frac{3}{2}c, \frac{b}{2})$　$\frac{\frac{9}{4}c^2}{a^2}+\frac{\frac{b^2}{4}}{b^2}=1$

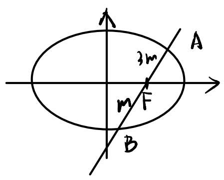
余弦定理

$\triangle ABF_1$ 中，由余弦定理

$\cos\angle F_1AB=\frac{a^2+a^2-4c^2}{2a^2}$

9. (2010 全国Ⅱ) 已知椭圆 $C$: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，过右焦点 $F$ 且斜率为 $k(k>0)$ 的直线与 $C$ 相交于 $A$,$B$ 两点．若 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，则 $k=$ ( B )

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2



$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\frac{b^2}{a}}{1-e\cos\theta}=\frac{3\frac{b^2}{a}}{1+e\cos\theta}$

$3-3e\cos\theta=1+e\cos\theta$

$4e\cos\theta=2$

$\sqrt{3}\cos\theta=1$.

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta=\sqrt{2}$.

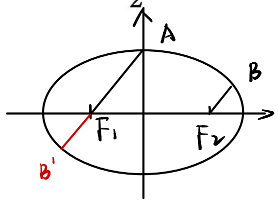
二级结论

$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{FB}$

$e\cos\theta=\frac{\lambda-1}{\lambda+1}$

10. 设 $F_1$，$F_2$ 为椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，点 $A$ 为椭圆的上顶点，点 $B$ 在椭圆上且满足 $\overrightarrow{F_1A}=5\overrightarrow{F_2B}$，则椭圆的离心率为（ D ）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$




$\overrightarrow{B'F_1}=\overrightarrow{F_2B}$

$\boxed{对称性}$

$\dfrac{\frac{b^2}{a}}{1-e\cos\theta}=5\cdot\dfrac{\frac{b^2}{a}}{1+e\cos\theta}$

$3e\cdot\frac{c}{a}=2$

$e=\sqrt{\frac{2}{3}}$

题型二：中点弦问题

11. (2015·全国) 直线 $l$ 与椭圆 $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{18}=1$ 相交于 $A$，$B$ 两点，线段 $AB$ 的中点为 $(2,1)$，则 $l$ 的斜率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $1$　　D. $-1$

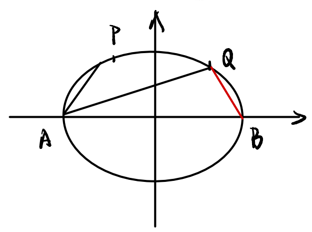
12. 已知双曲线 $E$ 的中心为原点，$P(3,0)$ 是 $E$ 的焦点，过 $P$ 的直线 $l$ 与 $E$ 相交于 $A$，$B$ 两点，且 $AB$ 的中点为 $N(-12,-15)$，则 $E$ 的方程式为（　　）

A. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{6}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$

13. 椭圆 $C$: $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1(a>b>0)$ 的左右顶点分别为 $A_1$、$A_2$，点 $P$ 在 $C$ 上且直线 $PA_2$ 斜率的取值范围是 $[-2,-1]$，那么直线 $PA_1$ 斜率的取值范围是（　　）

A. $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4}\right]$　　B. $\left[\dfrac{3}{8},\dfrac{3}{4}\right]$

C. $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$　　D. $\left[\dfrac{3}{4},1\right]$




$k_{PA}=-k_{BQ}$

$k_{AP}\cdot k_{AQ}=\frac{1}{4}$

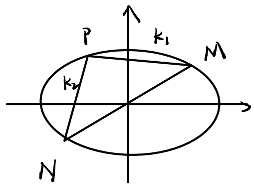
$\Rightarrow k_{BQ}\cdot k_{AQ}=-\frac{1}{4}=-\frac{b^2}{a^2}$

$e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

14. 已知 $P$ 是椭圆 $E$:$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{m}=1$ 上任意一点，$M$，$N$是椭圆上关于坐标原点对称的两点，且直线 $PM$，$PN$的斜率分别为$k_1$，$k_2(k_1k_2\neq 0)$，若 $|k_1|+|k_2|$ 的最小值为1，则实数 $m$ 的值为（ A ）

A. 1　　B. 2　　C. 1或16　　D. 2或8

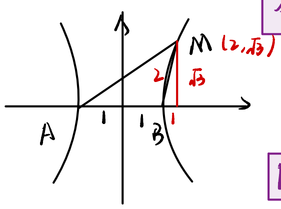



$k_1\cdot k_2=-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{m}{4}$ 斜率之积是定值

$|k_1|+|k_2|\geq 2\sqrt{|k_1\cdot k_2|}=\sqrt{m}=1$.

15. (2015全国新课标) 已知 $A$,$B$ 为双曲线 $E$ 的左右顶点，点 $M$ 为双曲线 $E$ 上一点，△$ABM$ 为等腰三角形，且顶角为$120^\circ$，则该双曲线的离心率为（ D ）

A. $\sqrt{5}$　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$




$\boxed{斜率定值}$

$k_{MA}\cdot k_{MB}=\frac{b^2}{a^2}=1$.

$e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{2}$

$\boxed{赋值}$ $a=1$　$\frac{4}{a^2}-\frac{3}{b^2}=1$

16. (2022甲卷) 椭圆 $C$:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点为 $A$，点 $P$，$Q$ 均在 $C$ 上，且关于 $y$ 轴对称. 若直线 $AP$,$AQ$ 的斜率之积为 $\frac{1}{4}$，则 $C$ 的离心率为（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

17. 已知点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ $(x_1\neq x_2)$ 为椭圆 $C$: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上的两点，点 $P\left(\frac{a}{4},0\right)$ 满足 $|PM|=|PN|$，则 $C$ 的离心率 e 的取值范围为（　　）

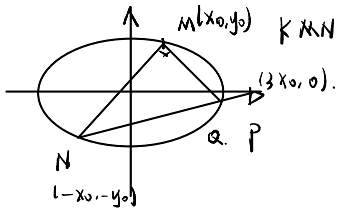
A. $\left(\frac{1}{4},1\right)$　　B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

$\begin{cases} k_{MN}\cdot k_{PQ}=-1 \\ k_{OQ}\cdot k_{MN}=-\frac{b^2}{a^2} \end{cases}$

$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$

18. 已知椭圆 $C$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，过 $C$ 中心的直线交 $C$ 于 $M$，$N$ 两点，点 $P$ 在 $x$ 轴上，其横坐标是点 $M$ 横坐标的 3 倍，直线 $NP$ 交 $C$ 于点 $Q$，若直线 $QM$ 恰好是以 $MN$ 为直径的圆的切线，则 $C$ 的离心率为（ D ）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



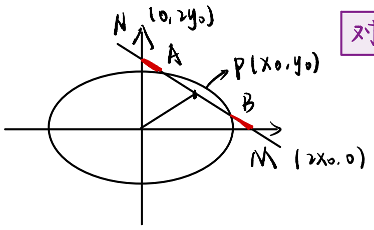

$k_{MN}\cdot k_{MP}=-1$

$k_{PQ}\cdot(-\frac{1}{k})=-\frac{b^2}{a^2}$

$\frac{y_0}{4x_0}\cdot\frac{x_0}{y_0}=\frac{1}{4}=\frac{b^2}{a^2}$

$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

难 19. (2022·新高考Ⅱ) 已知直线 $l$ 与椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ 在第一象限交于 $A$，$B$ 两点，$l$ 与 $x$ 轴、$y$ 轴分别相交于 $M$，$N$ 两点，且 $|MA|=|NB|$，$|MN|=2\sqrt{3}$，则 $l$ 的方程为 $\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{y}{2}=1$.




对称

$|MN|^2=4x_0^2+4y_0^2=12$ ①

$k_{OP}\cdot k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{y_0}{x_0}\cdot(-\frac{2y_0}{2x_0})=-\frac{1}{2}$

$x_0^2=2y_0^2$ ②

①②得 $\begin{cases}y_0=1\\x_0=\sqrt{2}\end{cases}$

$M(2\sqrt{2},0)$

$N(0,2)$.

20. 给定双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$.

(1) 过点 $A(2,1)$ 的直线 $L$ 与所给的双曲线交于两点 $P_1$ 及 $P_2$，求线段 $P_1P_2$ 的中点 $P$ 的轨迹方程.

(2) 过点 $B(1,1)$ 能否作直线 $m$，使 $m$ 与所给双曲线交于两点 $Q_1$ 及 $Q_2$，且点 $B$ 是线段 $Q_1Q_2$ 的中点？这样的直线 $m$ 如果存在，求出它的方程；如果不存在，说明理由.

21. (2023·乙卷) 设 $A$, $B$ 为双曲线 $x^2-\frac{y^2}{9}=1$ 上两点，下列四个点中，可为线段 $AB$ 中点的是______.

A. $(1,1)$　　B. $(-1,2)$　　C. $(1,3)$　　D. $(-1,-4)$

22. (2014·浙江) 设直线 $x-3y+m=0(m\neq 0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两条渐近线分别交于点 $A$, $B$. 若点 $P(m,0)$ 满足 $|PA|=|PB|$，则该双曲线的离心率是______.

23. (多选) 已知椭圆 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$，过点 $P(1,1)$ 的直线与椭圆 $C$ 交于 $A$, $B$ 两点，且满足 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$，则下列结论正确的是（　　）

A. 若直线 $AB$ 过右焦点 $F_2$，则 $\lambda=7\pm 4\sqrt{3}$

B. 若 $\lambda=1$，则直线 $AB$ 方程为 $2x+3y-5=0$

C. 若 $\lambda=2$，则直线 $AB$ 方程为 $3x+2y-5=0$

D. 若动点 $Q$ 满足 $\overrightarrow{AQ}=-\lambda\overrightarrow{QB}$，则点 $Q$ 的轨迹方程为 $2x+3y-6=0$

## 作业

1. 设 $A$、$B$ 是直线 $y=2x-3$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的两个交点，$M$ 是 $AB$ 的中点．$O$ 为坐标原点，则直线 $OM$ 的斜率为（　　）

A. $-\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $-\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{8}$

2. 过点 $M(1,1)$ 作斜率为 $-\frac{1}{2}$ 的直线与椭圆 $C$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 相交于 $A,B$ 两点，若 $M$ 是线段 $AB$ 的中点，则椭圆 $C$ 的离心率等于 ________．

3. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的两个焦点为 $F_1$、$F_2$，若 $P$ 为其上一点，且 $|PF_1|=2|PF_2|$，则双曲线离心率的取值范围为（　　）

A. $(1, 3)$　　B. $(1, 3]$　　C. $(3, +\infty)$　　D. $[3, +\infty)$

4. 设椭圆 $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1$ 的左、右焦点为 $F_1$、$F_2$，点 $P(x_0, y_0)$ 在椭圆上，且 $|PF_1|=2|PF_2|$，则 $x_0=$（　　）

B. 3　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{2}$